

Ajustement en bloc des données de stations totales et de récepteurs GNSS dans les études de déformation

■ Joël VAN CRANENBROECK - Nicolas VAN CRANENBROECK

En 1988, le département de la géodésie de l'Institut géographique national de Belgique décida de contribuer aux relevés topographiques des zones urbaines en proposant deux innovations originales. Les nouvelles bases de données SIG urbaines bénéficiaient à cette époque d'un grand engouement de la part des pouvoirs publics. En général, les méthodes photogrammétriques étaient plébiscitées pour leur efficacité en termes de réalisation, mais au niveau de la qualité de la restitution ainsi que de l'interprétation des objets spatiaux, on était loin des espérances. Il était donc toujours indispensable de recourir à la topographie, non seulement pour améliorer la précision de certaines zones, mais également pour la mise à jour de ces bases de données année après année. La topographie avait vu également son évolution technique s'améliorer avec les nouvelles stations totales et les systèmes de traitement des données sur base de codage des informations attributaires des points, lignes et surfaces.

■ MOTS-CLÉS

Station libre, topométrie, réseau de surveillance, ajustement moindres carrés, GNSS, point de contrôle actif GNSS, réseau de densification.

L'encodage était fait à la station totale et le porte-prisme devait communiquer par radio les informations. Nous avons donc proposé comme première innovation de considérer l'encodage au prisme moyennant un boîtier de saisie synchronisé en temps avec les données saisies à la station totale. Nous fûmes heureusement surpris de recevoir la visite d'un directeur de la société Geotronics de Suède, nous annonçant confidentiellement la production d'une station totale robotisée permettant l'encodage au prisme. Il souhaitait valider l'opportunité de développements technologiques de leur société auprès de nous.

La deuxième innovation que nous avons proposée consistait à modifier la méthode de lever proprement dite et de généraliser l'utilisation de la méthode dite de "station libre". La difficulté étant de pouvoir disposer de multiples points de contrôle. Pour s'affranchir de cette difficulté, nous avons proposé l'ajustement en bloc des stations en nous inspirant des méthodes de la photo-

grammétrie [1] et en s'appuyant sur le concept des points de passage ou de transfert de coordonnées.

En mai 2004, nous avons appliqué cette méthode pour le calcul des coordonnées des stations totales automatiques impliquées dans les projets de mesure de déformation. En effet, pour bénéficier de la haute précision requise pour ces opérations, la portée des distances devait être réduite. En zone urbaine, ces stations devaient être suffisamment nombreuses pour relever tous les prismes dont les coordonnées 3D étaient requises. Le problème était que ces stations totales étaient installées dans des zones de déformation et qu'il fallait donc recalculer les coordonnées à chaque cycle de mesure en s'appuyant en final sur des prismes de contrôle installés sur des zones non soumises à déformation. Mêmes soucis pour les levés de déformation dans les mines à ciel ouvert.

En 2007, pour la construction du Burj Khalifa, nous avons développé le

concept de point de contrôle GPS actif où un prisme à 360° était colloqué par une antenne/récepteur de réception des signaux GPS et donc pouvait délivrer à la demande les coordonnées précises du prisme à 360° et fournir des références mises à jour régulièrement. La station de base GPS était installée dans une zone non soumise à déformation. En combinant la méthode d'ajustement en bloc des stations totales et de ces nouveaux points de contrôle GPS, nous avons la solution technique qui nous permettait de réaliser de multiples projets comme celui des mesures de déformation des bâtiments à Bruxelles lors du creusement d'un tunnel souterrain près du centre Schuman ou bien l'auscultation de quatre stations hydro-électriques en Ukraine en 2011.

Nous proposons dans cet article d'exposer cette méthode d'ajustement en bloc des stations libres avec les points de contrôle actif GNSS qui font partie d'un développement logiciel de la société CGEOS Creative Geosensing SPRL de Belgique.

Cette méthode a été inventée en 2004 par Joël van Cranenbroeck et brevetée au Canada et aux USA par Leica Geosystems AG sous la référence : CA 2482871 et sous le titre : *method and apparatus for ground-based surveying in sites having one or more unstable zone(s)*.

Introduction

Les méthodes de densification de canevas géodésique et topographique reposent notamment sur l'utilisation des stations totales qui ont connu des développements spectaculaires en matière de précision et d'automatisation. Le verrouillage automatique du télescope sur un prisme faisant appel à des

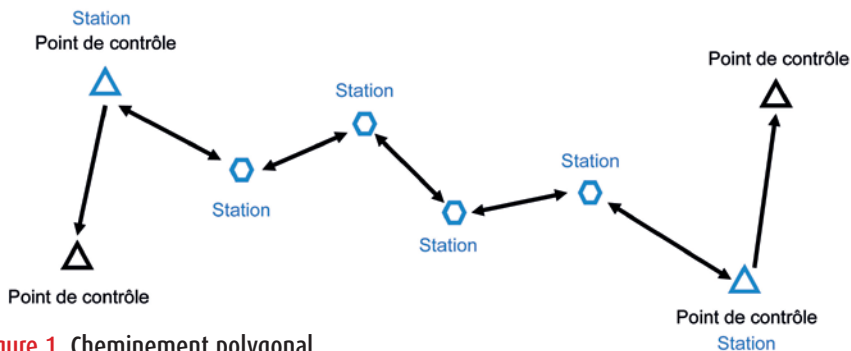


Figure 1. Cheminement polygonal.

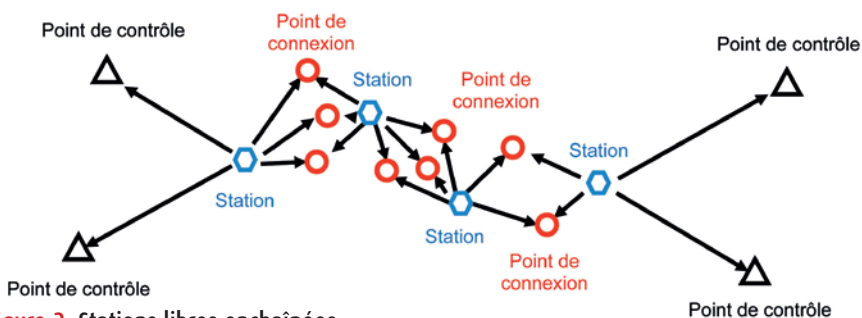


Figure 2. Stations libres enchainées.



servo-moteurs, imposent la mesure sur prisme ce qui fait qu'aujourd'hui les coordonnées 3D sont aisément accessibles. Les méthodes basées sur les observations de direction (horizontale et zénithale) ont laissé place au cheminement polygonal et à la station libre.

Nous proposons dans cet article, une méthode qui exploite uniquement le modèle de traitement des stations libres en les enchaînant les unes aux autres par le biais de points de passage ou de connexion.

Le principe fut développé en photogrammétrie numérique pour l'ajustement des modèles indépendants.

Nous substituons donc à un cheminement polygonal (figure 1) une série de stations libres (figure 2). Le but d'un cheminement polygonal est de déterminer les coordonnées des points de station de proche en proche pour en final calculer les points de détail par rayonnement.

Ici, nous simplifions la mise en œuvre sur le terrain en nous focalisant sur les levés de points de détail. Il ne faut plus matérialiser les stations, mais il y a un avantage à marquer les points de connexion, du moins pendant les opérations de levé. Il y a donc un gain de productivité significatif.

L'autre avantage de la méthode proposée est qu'elle s'adapte parfaitement à la détermination des coordonnées

et l'orientation des stations totales déployées dans des projets de surveillance numérique (*monitoring*) où il ne faut pas assurer des visées réciproques sur les stations totales au prix de dispositif de montage de prisme dans l'axe principal des stations.

Enfin, nous présentons une méthode qui traite les X et Y séparément des Z. On peut également considérer cette méthode dans l'espace 3D en changeant de modèle mathématique et en adjoignant les rotations 3D.

Nous avons proposé cette méthode pour l'auscultation de quatre centrales hydro-électriques en Ukraine pour un projet financé par la Banque mondiale en 2010. Notre proposition a reçu la meilleure évaluation pour son caractère innovateur et également opérationnel.

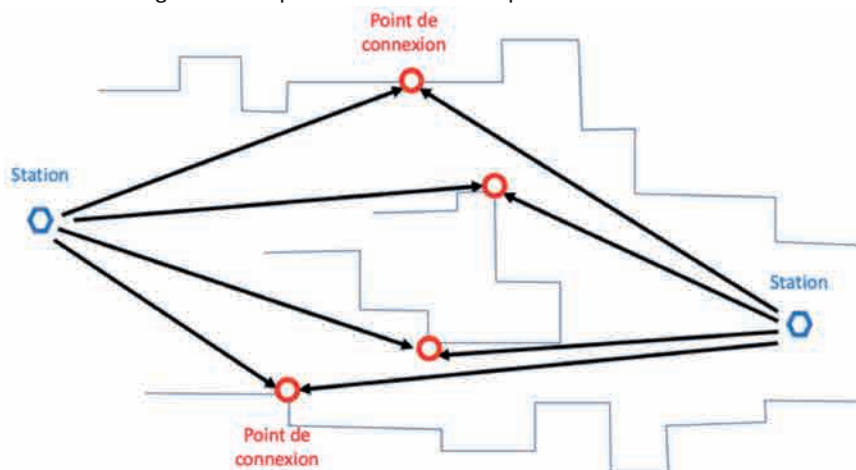


Figure 3. Points de connexion.

Nous y avons adjoint des points de contrôle actif GNSS en mode post-traitement et temps réel.

La société CGEOS Creative Geosensing SPRL a récemment développé les modules logiciels pour automatiser ce type de réseau de surveillance à l'aide de stations totales automatiques TOPCON/SOKKIA MS01AX/NET01AX.

L'un des modules permet de calculer l'ensemble des coordonnées du réseau et peut également être utilisé pour les applications topographiques basées sur cette méthode. CGEOS SPRL propose aussi l'intégration de ces moteurs de calcul à d'autres sociétés qui souhaiteraient en bénéficier.

Méthode des stations libres enchainées

Sur le terrain, le topographe placera sa station totale de telle manière qu'il puisse relever un maximum de points de détail.

Dans l'application de la méthode des stations libres enchainées, il lui suffira de marquer certains points de détail qui pourront être relevés d'une autre mise en station. C'est d'ailleurs une bonne pratique que de reprendre certains points pour s'assurer des contrôles en cours de levé. Les points de contrôle ne sont pas stationnés et donc on évite des mises en station qui ne visent qu'à assurer des fermetures polygonales.

Dans le cas d'une station totale robotisée, le topographe se retrouve au prisme et peut donc gérer lui-même les points de connexion (figure 3), ainsi que les marquer éventuellement. Il se retrouve



dans le cas d'une station libre à chaque mise en station, mais avec des points qui ne sont pas nécessairement déterminés ou alors le sont de la station précédente. Sans le calcul de l'ensemble des stations libres enchaînées, la propagation des erreurs altérera progressivement la qualité de son levé.

Le modèle fonctionnel et stochastique

Le modèle fonctionnel ou mathématique décrit les relations entre les paramètres observés et les coordonnées alors que le modèle stochastique décrit les variances et covariances associées aux paramètres.

Nous avons pris le parti de traiter non plus les observations (angles et distances) mais directement les coordonnées issues de celles-ci que l'on nomme pseudo-observations. Depuis longtemps en fait, nous avons opté pour cette approche en édifiant le principe que "tout ce qui se traite par les observations peut se traiter par les coordonnées seules".

L'équivalence est rigoureuse pour autant que le modèle stochastique le soit également. Il s'agit, dans le cadre des coordonnées, de considérer la propagation des variances et covariances dans le modèle fonctionnel qui exprime les coordonnées en fonction des observations.

$$\begin{aligned} x_p &= x_s + d_p \cdot \sin(g_p) \cdot \sin(v_p) \\ y_p &= y_s + d_p \cdot \cos(g_p) \cdot \sin(v_p) \\ z_p &= z_s + d_p \cdot \cos(v_p) \end{aligned}$$

Celles-ci sont caractérisables par leurs variances également. Rappelons que l'écart-standard d'une population est la racine carrée de la variance de cette population. Exprimé sous forme matricielle, nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{bmatrix} + d \cdot \begin{bmatrix} \sin(g_p) \cdot \cos(v_p) \\ \cos(g_p) \cdot \cos(v_p) \\ \sin(v_p) \end{bmatrix}$$

Que l'on différencie en fonction des observations pour obtenir :

$$A = \begin{bmatrix} d_p \cdot \cos(g_p) \cdot \sin(v_p) & \sin(g_p) \cdot \sin(v_p) & d_p \cdot \sin(g_p) \cdot \cos(v_p) \\ -d_p \cdot \sin(g_p) \cdot \sin(v_p) & \cos(g_p) \cdot \sin(v_p) & -d_p \cdot \cos(g_p) \cdot \cos(v_p) \\ 0 & \cos(v_p) & -d_p \cdot \sin(v_p) \end{bmatrix}$$

Et pour obtenir la matrice de variance covariance des paramètres :

$$Q_{xx} = A \cdot Q_{ll} \cdot A^T$$

$$Q_{xx} = \begin{bmatrix} d_p \cdot \cos(g_p) \cdot \sin(v_p) & \sin(g_p) \cdot \sin(v_p) & d_p \cdot \sin(g_p) \cdot \cos(v_p) \\ -d_p \cdot \sin(g_p) \cdot \sin(v_p) & \cos(g_p) \cdot \sin(v_p) & -d_p \cdot \cos(g_p) \cdot \cos(v_p) \\ 0 & \cos(v_p) & -d_p \cdot \sin(v_p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{d_p}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{v_p}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{g_p}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_p \cdot \cos(g_p) \cdot \sin(v_p) & -d_p \cdot \sin(g_p) \cdot \sin(v_p) & 0 \\ \sin(g_p) \cdot \sin(v_p) & \cos(g_p) \cdot \sin(v_p) & \cos(v_p) \\ d_p \cdot \sin(g_p) \cdot \cos(v_p) & -d_p \cdot \cos(g_p) \cdot \cos(v_p) & -d_p \cdot \sin(v_p) \end{bmatrix}$$

Avec σ_{d_p} l'écart-standard sur la mesure de la distance, σ_{v_p} l'écart-standard sur la mesure de la direction zénithale et σ_{g_p} l'écart-standard sur le gisement qui lui-même doit être estimé en fonction des écarts-standard des coordonnées à partir desquels il est calculé.

On peut, à partir de la matrice des variances-covariances des paramètres, exprimé l'ellipse de dispersion des écarts-standard par le calcul des valeurs propres de cette matrice :

$$a_i^2 = \frac{1}{2} \cdot \sigma_0^2 (Q_{x_i x_i} + Q_{y_i y_i} + \omega_i)$$

$$b_i^2 = \frac{1}{2} \cdot \sigma_0^2 (Q_{x_i x_i} + Q_{y_i y_i} - \omega_i)$$

$$\tan 2\theta_i = \frac{2Q_{x_i y_i}}{Q_{y_i y_i} - Q_{x_i x_i}}$$

$$\omega_i^2 = (Q_{x_i x_i} - Q_{y_i y_i})^2 + 4Q_{x_i y_i}^2$$

Les a_i et b_i sont les demi-grand et petit axes de l'ellipse et θ_i l'orientation du grand axe.

Prenons maintenant le cas d'une transformation de coordonnées par similitude (figure 4).

Nous exprimons le changement de coordonnées par deux translations en X et Y que nous noterons a et b, une rotation α autour des axes X, Y et un facteur d'échelle noté k.

Cette transformation est également connue sous le nom de "transformation de Helmert". Helmert fut un géodésien

allemand qui contribua grandement à l'application de la méthode des moindres carrés en géodésie.

$$\begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + k \cdot \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \end{bmatrix} \quad (1)$$

En posant $k \cdot \cos \alpha = c$ et $k \cdot \sin \alpha = d$ nous pouvons écrire en notation matricielle :

$$\begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_p & y_p \\ 0 & 1 & y_p & -x_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \quad (2)$$

Si nous disposons des coordonnées de trois points connus P, Q et R dans deux systèmes de coordonnées (x, y) et (X, Y), et si nous désirons établir les quatre paramètres de la transformation d'un système de coordonnées locales en un système de coordonnées générales pour convertir d'autres points non connus dans les deux référentiels, nous allons appliquer cette transformation :

$$\begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ X_Q \\ Y_Q \\ X_R \\ Y_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_p & y_p \\ 0 & 1 & y_p & -x_p \\ 1 & 0 & x_Q & y_Q \\ 0 & 1 & y_Q & -x_Q \\ 1 & 0 & x_R & y_R \\ 0 & 1 & y_R & -x_R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \quad (3)$$

En posant :

$$l_{6,1} = \begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ X_Q \\ Y_Q \\ X_R \\ Y_R \end{bmatrix} \quad A_{6,4} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_p & y_p \\ 0 & 1 & y_p & -x_p \\ 1 & 0 & x_Q & y_Q \\ 0 & 1 & y_Q & -x_Q \\ 1 & 0 & x_R & y_R \\ 0 & 1 & y_R & -x_R \end{bmatrix} \quad \text{et } \bar{x}_{4,1} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \quad (4)$$

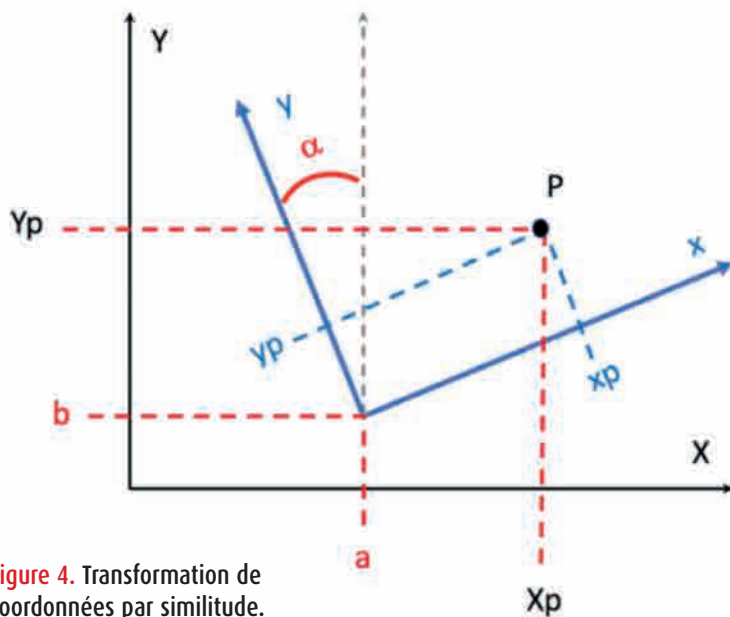


Figure 4. Transformation de coordonnées par similitude.



Ce qui donne un système de 6 équations à 4 inconnues, donc surdéterminé (plus d'équations que d'inconnues).

Pour le résoudre, la méthode des moindres carrés fournira une estimation linéaire non biaisée des paramètres de la transformation :

$$\tilde{x} = (A^T A)^{-1} \cdot A^T l \quad (5)$$

Les translations sont a et b et on peut retrouver l'orientation et le facteur d'échelle :

$$c = k \cdot \cos \alpha \text{ et } d = k \cdot \sin \alpha$$

$$\text{et donc } \alpha = \arctan\left(\frac{d}{c}\right)$$

$$\text{et } k = \sqrt{c^2 + d^2}$$

Ce modèle fonctionnel simple peut intégrer la matrice de variance-covariance des pseudo-observations des paires de coordonnées des points P, Q et R dans le système local. Dans ce cas, il conviendra de multiplier les équations en x et y par leur matrice des variances-covariances décomposée triangulairement. On peut écrire un même modèle pour le z :

$$Z_p = [1 \quad z_p] \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix} \quad (6)$$

Où on trouve e comme translation de l'axe des Z et f un facteur d'échelle.

Nous scindons donc le traitement des X et Y du Z.

Regardons maintenant le cas où deux stations sont réalisées avec leurs propres points de contrôle et des points communs non déterminés. Il s'agit de points de passage ou de connexion [8]. Les paramètres inconnus, à déterminer, doivent maintenant intégrer les coordonnées de ces points de connexion. Soit pour une station S, nous avons les quatre paramètres de transformation a, b, c et d et on adjoint les coordonnées du point de connexion à déterminer. L'observation relative est zéro.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_i & y_i & -1 & 0 \\ 0 & 1 & y_i & -x_i & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_S \\ b_S \\ c_S \\ d_S \\ X_i \\ Y_i \end{bmatrix} \quad (7)$$

Soit les stations 8 et 9 ayant pour l'exemple un point commun 4 non connu dans le système de coordonnées général. Nous aurons pour chacune des

$$\text{pour la station 8 nous avons } \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_4 & y_4 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & y_4 & -x_4 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_8 \\ b_8 \\ c_8 \\ d_8 \\ X_4 \\ Y_4 \end{bmatrix}$$

$$\text{pour la station 9 nous avons } \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_4 & y_4 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & y_4 & -x_4 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_9 \\ b_9 \\ c_9 \\ d_9 \\ X_4 \\ Y_4 \end{bmatrix}$$

Pour le Z nous obtenons de façon semblable :

$$0 = [1 \quad z_4 \quad -1] \begin{bmatrix} e_8 \\ f_8 \\ Z_4 \end{bmatrix} \text{ et } 0 = [1 \quad z_4 \quad -1] \begin{bmatrix} e_9 \\ f_9 \\ Z_4 \end{bmatrix}$$

Prenons un exemple complet (figure 5) où nous avons ces deux stations 8 et 9 disposant de leurs points de contrôle respectifs 1, 2 pour la station 8 et 5, 6 pour la station 9. Les points 3 et 4 sont communs et servent de points de connexion entre les deux stations. On réécrit les paramètres inconnus (a et b deviennent les paramètres de rotations/facteur d'échelle et c et d deviennent les paramètres des translations) de telle façon que l'on ait les paramètres des stations en premier et ensuite les coordonnées des points de connexion.

Le système d'équations s'écrit :

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ y_1 & -x_1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ x_2 & y_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ y_2 & -x_2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ x_3 & y_3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ y_3 & -x_3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ x_4 & y_4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ y_4 & -x_4 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_5 & y_5 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & y_5 & -x_5 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_6 & y_6 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & y_6 & -x_6 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_3 & y_3 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & y_3 & -x_3 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_4 & y_4 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & y_4 & -x_4 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_8 \\ b_8 \\ c_8 \\ d_8 \\ a_9 \\ b_9 \\ c_9 \\ d_9 \\ X_3 \\ Y_3 \\ X_4 \\ Y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ X_5 \\ Y_5 \\ X_6 \\ Y_6 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$A_{16,12} \cdot \tilde{x}_{12,1} = l_{16,1}$$

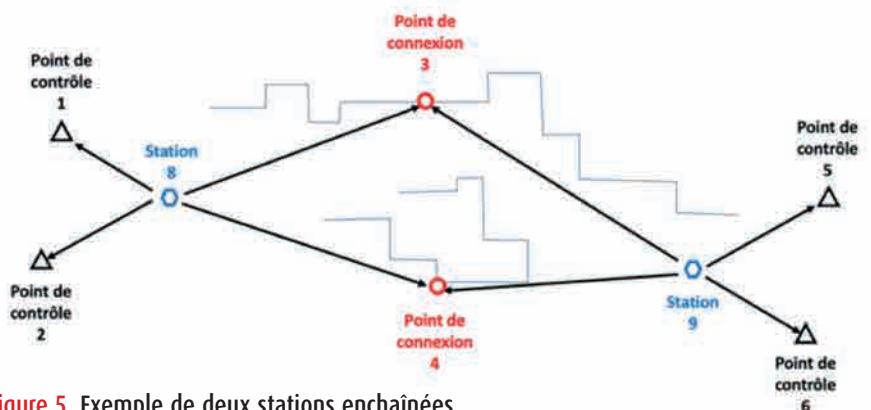


Figure 5. Exemple de deux stations enchaînées.



On a donc un système d'équations linéaire surdimensionné, comportant 12 inconnues et 16 observations avec un degré de liberté de $16 - 12 = 4$

La résolution de ce système se réalise à l'aide de la méthode des moindres carrés.

On constate que l'on a une matrice creuse avec beaucoup d'éléments zéro. En reportant les coordonnées des stations à leur centre de gravité, on trouvera une partition de la matrice des équations d'observation en quatre sous-matrices qui permettent de résoudre de grands systèmes d'équations de façon plus rapide.

Une autre stratégie consiste à effectuer la formation des équations normales $A^T A$ en déterminant les éléments non nuls et en effectuant les opérations sur ces seuls éléments, puis de triangulariser cette matrice des équations normales en utilisant la décomposition de Cholesky ou bien à l'aide des rotations de Givens.

L'autre problème de ce genre de matrice et du modèle fonctionnel que nous avons développé, c'est la grandeur numérique des coefficients qui peuvent exacerber une instabilité numérique de la solution étant donné leur élévation au carré et leurs produits.

Nous avons, pour notre part [9], opté pour l'algorithme d'orthogonalisation généralisée de Gram-Schmidt qui permet de ne pas former les équations normales et de résoudre non seulement ce système d'équations linéaires surdimensionné, mais également de dériver facilement les autres matrices de variance-covariance.

De plus, l'orthogonalisation généralisée est particulièrement insensible à l'instabilité numérique. Avec les ordinateurs actuels, les capacités de mémoire et les processeurs ne posent plus guère de problème dans la vitesse d'exécution et la représentation en mémoire des nombres.

Comme indiqué auparavant, on peut introduire le modèle stochastique des pseudo-observations pour chaque point en considérant la matrice de variance-covariance développée ci-avant.

Si l'on regarde maintenant les conditions de configuration, on voit que l'on pourrait traiter un cheminement polygonal encadré par deux points de contrôle en ayant pour chaque station deux points de connexion en commun. Dans ce cas, on aura autant d'équations que d'inconnues, aucune redondance et le degré de liberté devient zéro.

En pratique, en topographie et en géodésie, on mesure plus d'observations que nécessaire pour s'assurer un contrôle interne et externe. La qualité d'un travail topographique ou géodésique s'exprimant :

Qualité = Précision x Fiabilité

Il est illusoire d'avoir une précision élevée alors que la fiabilité (capacité d'autocontrôler les observations les unes par les autres) est faible.

Inférence statistique et détection des fautes

Après la résolution du système d'équations par la méthode des moindres carrés, il s'agit de valider les résultats en utilisant les paramètres qui se déduisent de la méthode [7].

On peut obtenir un facteur de variance *a priori* en considérant les corrections ou résidus après ajustement des pseudo-observations :

$$\tilde{v} = A\tilde{x} - l \quad (9)$$

Pour l'étude de la précision et de la fiabilité, il nous faut encore les matrices suivantes :

- La matrice des cofacteurs du paramètre \tilde{x} :

$$C_{xx} = (A^T A)^{-1} \quad (10)$$

- La matrice des cofacteurs du vecteur de correction \tilde{v} :

$$C_{vv} = C_{ll} - A(A^T A)^{-1} A^T \quad (11)$$

La démonstration relative à ces deux matrices s'appuie sur la loi de propagation des variances-covariances pour des fonctions linéaires.

Pour obtenir les matrices de variance covariances résultantes, il faut un estimateur du facteur de variance et multiplier les matrices des cofacteurs

avec celui-ci. Il peut être obtenu *a priori* par la détermination de la précision des coordonnées issues du calcul des observations de la station totale comme décrit ci-avant.

On peut également estimer un facteur de variance *a posteriori* en exploitant les corrections obtenues après ajustement :

$$s_0^2 = \frac{v^T v}{n-m} \quad (12)$$

Avec n le nombre d'observations et m le nombre de paramètres à estimer.

Il existe en géodésie et en topographie diverses méthodes de test permettant de décrire la qualité d'un canevas de densification. La méthode que nous utilisons est connue sous le nom de "Méthode B" d'après le nom de son auteur, le Professeur Baarda de TU Delft en Hollande.

Elle consiste à définir une hypothèse nulle H_0 qui peut être comparée par rapport à une ou plusieurs hypothèses alternatives H_a .

L'hypothèse nulle en géodésie et en topographie suppose :

- que le modèle stochastique soit bien formulé, c'est-à-dire que le facteur de variance *a priori* reflète bien le niveau de bruit des observations ;
- que le modèle fonctionnel est bien formulé, c'est-à-dire que les équations reflètent bien la nature des observations ;
- qu'il n'y ait pas d'erreurs grossières dans les observations.

De par l'emploi d'instruments de mesure bien calibrés, il est généralement satisfait aux deux premières hypothèses. La troisième hypothèse n'est pas aussi évidente et c'est la raison pour laquelle on formule une hypothèse alternative qui tient compte de la présence d'erreurs grossières dans les observations.

Notre logiciel intègre cette méthode de détection des erreurs grossières et permet de produire une série de paramètres reprenant les erreurs marginales détectables ainsi que la contribution de chaque observation à la redondance totale du système d'équation. Les paramètres de la méthode B sont calculés et non pas extraits d'une



▶ table de valeur.

Points de contrôle actif GNSS

Souvent les stations totales dans un projet d'étude de déformation sont placées dans la zone de déformation pour conserver des portées relativement courtes et bénéficier de la haute précision dans la mesure des distances et de la localisation automatique des prismes.

Il faut, dès lors, avoir des points de contrôle qui sont réputés stables, ce qui est paradoxal dans ce type de projet. Depuis la construction du Burj Khalifa à Dubaï, nous avons validé notre méthode de combiner station totale et points de contrôle actif GNSS (figure 6). Le principe est tout simplement de visser sur un prisme à 360° une antenne GNSS connectée ou intégrée avec le récepteur.

Nous avons également proposé cette méthode pour le projet de l'UHE en Ukraine (figure 7) où quatre stations hydro-électriques devaient être équipées chacune d'un réseau de déformation microgéodésique.

Pratiquement, les récepteurs GNSS sont configurés en RTK et envoient leurs données en temps réel vers un serveur qui décode les observations et les convertit dans le système de référence des stations totales.

Ces données mettent à jour les coordonnées des points de contrôle en temps réel. Chaque fois que les cycles d'observation des stations totales se concluent, l'ajustement considère les coordonnées mises à jour des points de contrôle actif GNSS.

Un autre bénéfice d'intégrer ces points de contrôle actif GNSS (figure 8) est de permettre un meilleur contrôle de la réfraction atmosphérique sur les observations des stations totales. En effet, le GNSS est insensible (ou dans un degré moindre) aux conditions atmosphériques et donc, les données peuvent contribuer significativement à corriger les observations et, par là-même, les coordonnées des points issus des stations totales.

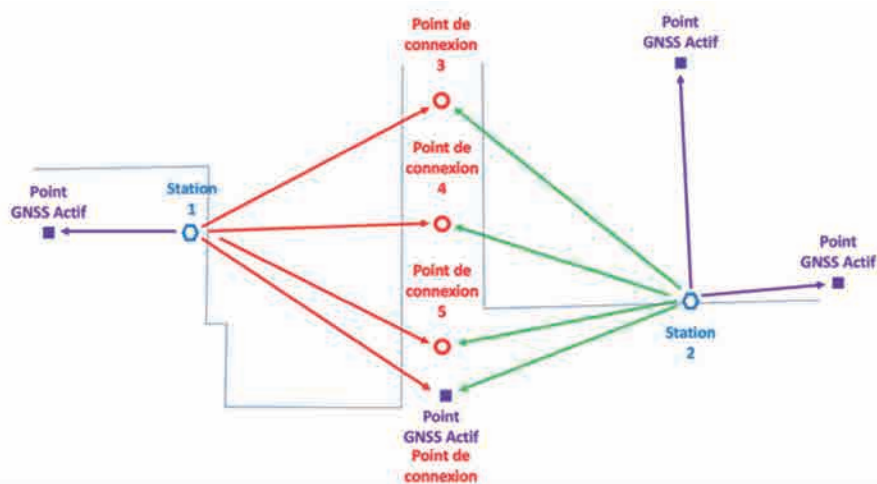


Figure 6. Points de contrôle GNSS actif et points de connexion.

Ajustement des observations

On peut toujours considérer les coordonnées obtenues par cette méthode comme coordonnées approchées pour réaliser un nouvel ajustement des observations.

On aura dans ce cas à traiter les équations linéarisées en direction horizontale et zénithale ainsi que les distances obliques. Il s'agit du traitement classique appliqué aux réseaux géodésiques et topographiques.

Les résultats seront identiques si les modèles stochastiques sont pris en compte, mais l'inférence statistique portera sur les observations propre-

ment dites ainsi que les tests de détection des erreurs grossières.

Ajustement en réseau libre

Si tous les points sont mesurés deux fois au plus par différentes stations (figure 9), on peut procéder à un ajustement libre. Dans ce cas le système d'équation linéaire formé par les équations d'observation présentera un déterminant proche de zéro et l'inversion de la matrice des équations normales devra se réaliser en utilisant une inverse généralisée.

On parle de déficience de rang qui correspond à ce qu'il manque de



Figure 7. Centrale hydro-électrique de Dniestr en Ukraine.



Figure 8. Point de contrôle actif GNSS à Dniestr en Ukraine.

données pour permettre le calcul des coordonnées. Dans notre cas, on postule qu'un seul point de contrôle n'est connu à ce stade et l'inverse généralisée peut être définie comme suit : En triangularisant la matrice des équations normales et en excluant les lignes nulles qui correspondent à la déficience de rang $T = A^T A$ Bjerhammar [5], on montre que son inverse généralisée est $N^+ = T^T (TT^T)^{-1} (TT^T)^{-1} T$, dans ce cas, la solution est donnée par $\tilde{x} = N^+ A^T l$

Cette approche permet de qualifier les observations par la méthode B, puis d'adapter le réseau sur les points connus et de vérifier qu'aucun ne présente d'erreur grossière. La même technique permet également de tester sur les points d'auscultation lesquels se sont déplacés.

On teste généralement l'adaptation sur les points de contrôle (figure 10) en utilisant une transformation par similitude et en vérifiant les corrections après transformation [7].

On ne peut se dispenser de tous les points de contrôle, car dans ce cas, le vecteur des observations sera nul et donc, même avec une inverse généralisée, la solution sera nulle également.

Les logiciels RAPSIS, DUPLO et GNSSip

Il existe sur le marché, des logiciels de surveillance numérique (monitoring)

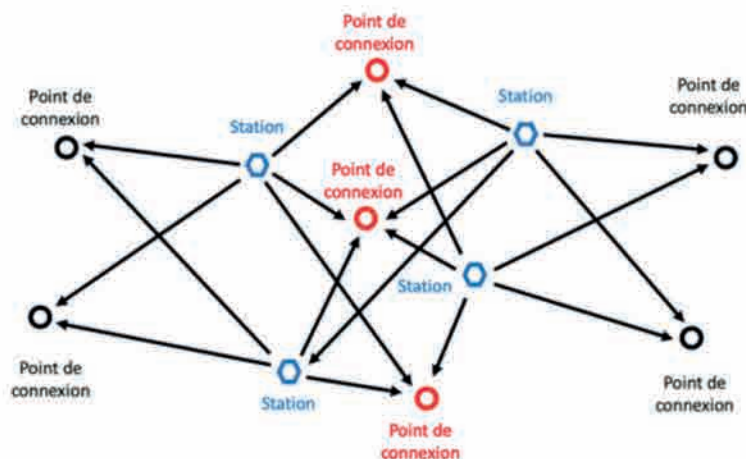


Figure 9. Réseau libre de stations enchainées.

qui pilotent les stations totales robotisées, calculent les coordonnées et produisent des rapports. Généralement, ce sont les producteurs d'instruments topographiques qui en sont les éditeurs.

Peu de ces logiciels exposent en détail les méthodes de calcul qu'il est pourtant essentiel de connaître pour pouvoir interpréter correctement les résultats.

Les projets d'étude de déformation doivent être configurés de manière à ce qu'ils soient adaptés à ces logiciels et leur logique de calcul.

Nous sommes convaincus qu'une autre approche est possible et même souhaitable ; à savoir porter l'effort d'un logiciel sur des algorithmes détaillés et supporter les interfaces des stations totales que les donneurs d'ordre souhaitent utiliser. L'intégration

des points de contrôle actif GNSS est une des fonctionnalités que nous jugeons importantes.

En développant nos propres logiciels (figure 11), nous souhaitons donc changer les solutions actuelles disponibles sur le marché en proposant une approche innovatrice, ouverte et documentée. Sur des projets d'importance, nous n'hésitons pas par exemple à communiquer les sources de nos logiciels pour garantir aux utilisateurs la pérennité de leurs projets.

Le module RAPSIS (*Remote Polar System Integrated Solution*) permet le pilotage des stations totales motorisées de TOPCON/SOKKIA, envoie les données à la fin de chaque cycle sur un serveur TCP-IP et copie ces données sur un serveur FTP. À chaque nouveau cycle, une mesure sur les points de contrôle permet de recalculer les

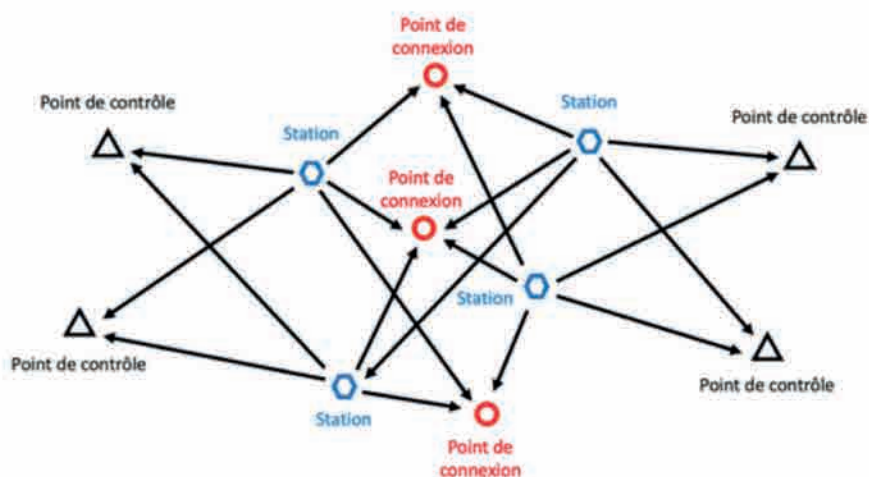


Figure 10. Réseau libre adapté sur les points de contrôle.



coordonnées et l'orientation de la station totale par une transformation que nous avons exposée ci-avant.

Le module DUPLO reprend les données des stations totales à chaque fin de cycle, intègre les points de contrôle actif GNSS et recalcul le réseau en appliquant la méthode B de test. Les rapports et les points sont envoyés sur un serveur FTP et sauvegardés sous forme de fichiers textes.

Le module GNSSip se connecte par TCP-IP sur les flux des données des récepteurs équipés de prisme à 360°, convertit les données (latitude, longitude et altitude) dans le système de coordonnées des stations totales et renvoie les coordonnées au serveur DUPLO pour mettre à jour les coordonnées des points de contrôle.

Ce logiciel est déjà en place sur plusieurs projets en Belgique et à l'étranger.

Conclusion

La méthode exposée et inspirée du traitement photogrammétrique des modèles indépendants est appliquée à la topographie et aux réseaux de surveillance numérique (*monitoring*). Elle peut s'appliquer à l'ajustement de feuilles cadastrales numérisées également [8].

Les auteurs espèrent que par le biais de cette publication, les topographes pourront élargir leurs méthodes de levé en adoptant la méthode des stations libres enchaînées.

Cette nouvelle méthode de levés topographiques exploite davantage la

souplesse et la flexibilité des stations totales robotisées et se réalise en utilisant le traitement des pseudo-observations en bloc par la méthode des moindres carrés.

Que ce soit pour des levés de détails ou pour des projets de surveillance numérique, nous sommes convaincus que la différence se jouera sur l'ingéniosité des algorithmes qui se plieront aux contraintes des situations en présence et non l'inverse. Imposer une certaine méthodologie parce qu'un logiciel l'impose n'est plus acceptable. ●

Contacts

Prof. Joël van Cranenbroeck,
Managing Director,
creativegeosensing@gmail.com

Nicolas van Cranenbroeck,
Application Engineer
nico93cgeos@gmail.com

Références

- [1] Karl Kraus – *Photogrammetry, Geometry from Images et Laser Scans*, 2nd Edition de Gruyter
- [2] Joël van Cranenbroeck – *Station Libre et Ajustement en Bloc d'un ensemble de Stations Libres* 17 octobre 1988 publication interne de l'Institut géographique national de Belgique
- [3] Brevet CA 2482871 sous le titre : **method and apparatus for ground-based surveying in sites having one or more unstable zone(s)**
- [4] Edward M. Mikhail – *Observations and Least Squares* – University Press of America 1971

[5] Arne Bjerhammar – *Theory of Errors and Generalized Matrix Inverses*, Elsevier Scientific Publishing Company 1973

[6] Charles D. Ghilani – *Adjustment Computations, Spatial Data Analysis* – Wiley 2018 6th edition

[7] W.F. Caspary – *Concept of Network and Deformation Analysis* – Monograph 11 School of Surveying, the University of New South Wales, Kensington, Australia 1988

[8] Michael Klebanov & Yerach Doytsher – *Triangulation: A Block Adjustment Approach for Joining Numerous Cadastral Blocks 2009* in https://www.researchgate.net/publication/242750165_Cadastral_Triangulation_A_Block_Adjustment_Approach_for_Joining_Numerous_Cadastral_Blocks

[9] Joel van cranenbroeck & Sara Salehi *Orthogonal Least Squares Adjustment Processing Algorithm for Data Loggers* November 2011 Conference: Joint International Symposium on Deformation Monitoring (ISDM) https://www.researchgate.net/publication/325038553_Orthogonal_Least_Squares_Adjustment_Processing_Algorithm_for_Data_Loggers

ABSTRACT

In 1988, the Department of Geodesy of the National Geographic Institute of Belgium decided to contribute to topographic surveys of urban areas by proposing original innovations. One innovation that we proposed consisted in modifying the surveying methods itself by generalizing the use of the so-called "free station" method. The difficulty is to be able to sight multiple control points at every station. To overcome this difficulty, we have proposed the block adjustment of the stations inspired by the methods of photogrammetry and based on the concept of pass points or points to transfer or propagate coordinates. In May 2004, we applied this method for calculating the coordinates of automatic total stations involved in deformation measurement projects. By combining the method of block adjustment of total stations and GNSS control points, we had the technical solution which allowed us to carry out multiple projects.

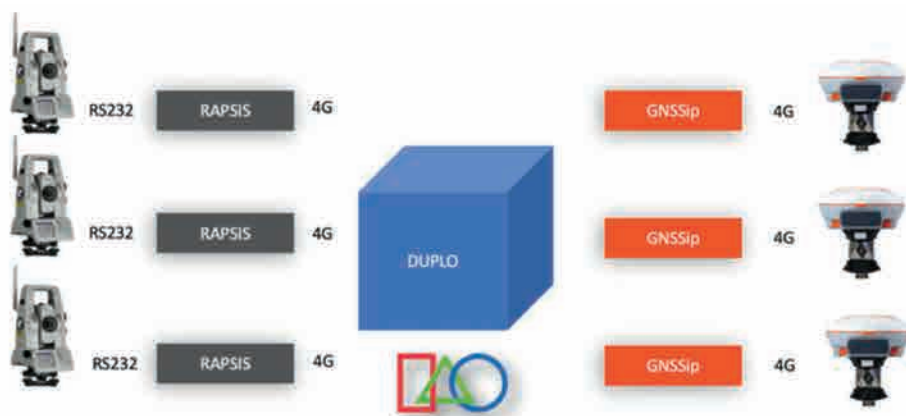


Figure 11. Architecture logicielle CGEOS Creative Geosensing SPRL.